

ЗАДАЦИ СА ОПШТИНСКИХ ТАКМИЧЕЊА(осми разред)

- Бочне стране тростране призме имају површине 26cm^2 , 28cm^2 и 30cm^2 . Израчунати запремину призме ако основа има површину 21cm^2 .(46)
- Мајстор ради неки посао два пута брже од свог помоћника. Ако су заједно посао завршили за 4 часа, колико је свакоме од њих потребно времена за тај посао?(47)
- Квадрат природног броја завршава се цифром 5. Да ли је његова трећа цифра здесна парна или непарна?(48)
- Кругови k_1 и k_2 са центрима S_1 и S_2 секу се у тачкама А и В. Нека права Кроз тачку В сече k_1 у тачки С, а k_2 у тачки D. Доказати да је $\angle CAS_1 = \angle DAS_2$.(49)
- Решите једначину $|1-x|=2$.(50)
- Бродови А и В крећу се по међусобно нормалним путањама које се секу у тачки О. Брод А је од тачке О удаљен 300km и креће се брзином 40km/h , а брод В је од тачке О удаљен 100km и креће се брзином 30km/h . Одредити када ће растојање између бродова бити најмање и колико је то растојање?(146)
- Колико литара воде треба сипати у мешавину 40l 60% -алкохола и 60l 40% -алкохола да би се добио 25% -алкохол?(147)
- За које целе бројеве a једначина $a + 5 + \frac{2}{x+1} = 0$ има негативна цела решења? Нађи та решења.(148)
- Основа праве призме је једнакокраки троугао основнице a и угла при врху 120° . Колика је запремина призме (у функцији од a) ако је површина омотача два пута већа од површине базе?(149)
- Кругови k_1 и k_2 секу се у тачкама А и В. Сечице p и q садрже тачку А и секу дате кругове у тачкама С, D и E, F ($C, E \in k_1$, $D, F \in k_2$). Доказати да је $\angle CBD = \angle EBF$.(150)
- Правилна четворострана призма основне ивице дужине k cm, има висину дужине $3k$ cm. Вертикална раван, која са бочном страном гради угао од 60° , дели призму на два дела једнаких запремина. Изразити површину тела које представља добијена половина, у функцији од основне ивице дате призме. (246)
- Дате су мимоилазне праве a и b , тачке A_1, A_2 и A_3 на правој a , тачке B_1, B_2, B_3 , и B_4 на правој b и тачка С ван тих правих. Колико највише различитих равни одређују дате тачке?(247)
- Ако је $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, колико је $x + \frac{1}{x}$?(248)
- Дужи BD и CE су висине оштроуглог троугла ABC. Доказати да је $\angle ADE = \angle ABC$.(249)
- У скупу природних бројева решити једначину $\frac{2x-5}{3} + \sqrt{x^2 - 8x + 16} = \frac{2}{3} + \frac{x-2}{6} - \frac{x-4}{2}$.(250)
- Ако је $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$, онда је $a = b = c$. Доказати.(346)
- У једнакокраком троуглу ABC ($AC = BC$) основница $AB = 10\text{cm}$, а угао наспрам ње, 36° . Израчунати дужину крака тог троугла.(347)
- Нека је $S = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1994} + 3^{1995}$. Доказати да је S дељиво са 39. (348)
- На кружној стази дугој 1650m крећу се два мотоциклиста различитим константним брзинама. Ако се крећу у супротном смеровима, сусрешће се после једног минута; ако се крећу у истом смеру, онда ће бржи сустићи споријег после 11 минута. Колика је брзина сваког од њих? (349)
- Јово има два пута више браће него сестара, а његова сестра Милена има пет пута више браће него сестара. Колико у тој породици има синива а колико кћери?(446)
- Решити неједначину $|x| + 1996 > 5x$.(447)
- Дат је правоугли троугао ABC чије су катете $a = 15\text{cm}$ и $b = 20\text{cm}$. У дати троугао уписан је круг, а у тај круг уписан је троугао $A'B'C'$ сличан датом. Колики су обим и површина троугла $A'B'C'$?(448)
- Основа косе призме ABCDA'BC'D' је квадрат странице 10cm . Израчунати површину и запремину призме, ако је њена бочна ивица 20cm , бочна страна $ABB'A'$ је нормална на равни основе, а бочна страна $ADD'A'$ са равни основе заклапа угао од 30° .(449)

24. У непровидној врећици се налази 10 белих, 20 црвених и 30 плавих куглица. Колико најмање куглица треба извући из вреће да би смо сигурно имали: а) 3 црвене куглице, б) 3 куглице различите боје и в) 3 куглице исте боје? (450)
25. Ако је $(a+b+c+d):(a-b+c+d)=(a+b-c-d):(a-b-c+d)$ онда је $a:b=c:d(a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$. Доказати. (551)
26. Тачка А је удаљена од равни α 8 cm, а тачка В је од равни α удаљена 3 cm. Колико је растојање између тачака А и В, ако је нормална пројекција дужи АВ на раван α , дуж $|A'B'|=12\text{cm}$. Колико има решења?(552)
27. У дати троугао ABC чија је основица $AB=c=60\text{cm}$ и висина CC' која одговара основици $h=30\text{ cm}$ уписан је правоугаоник MNPQ чија је једна страница два пута дужа од друге. Колика је површина тог правоугаоника, ако тачке М и N леже на основици АВ датог троугла?(553)
28. Колико има целих бројева x који задовољавају неједначину $||x|-1| \leq 997$?(554)
29. Израчунати запремину правилне шестостране призме ако јој је мања дијагонала $8\sqrt{6}\text{cm}$ и са основом заклапа угао од 45° (555)
30. За које вредности реалног броја p једначина $3 - \frac{x-p}{2}$ има целобројна решења по x , која задовољавају услов $|x| < 2$? (665)
31. У троуглу ABC мерни бројеви свих страница су природни бројеви, а, највећа страница је 2cm. Израчунати површину троугла ABC, ако је $h_c = h_a + h_b$.(666)
32. У троуглу ABC угао ACB је 60° . Ако су АК и ВМ висине и C_1 средиште странице АВ, тада је троугао KMC_1 једнакостраничан. Доказати! (667)
33. Једно теме коцке удаљено је од дијагонале коцке 7 cm. Израчунати површину и запремину коцке. (668)
34. Коцку сира ивице 14m напало је 1998 мишева. Доказати да се непосредно после напада може исећи коцка сира ивице 1m (кубни метар) унутар које се не налази ни један миш. (669)
35. У једној цистерни има 540l воде, а у другој 360l. Из прве се за један сат одлије 3 пута више воде него из друге. Кроз 6 сати у првој цистерни ће остати 60l воде мање него у другој. Колико литара воде се одлива сваког сата из прве, а колико из друге цистерне? (777)
36. Решити неједначину $(x-3)^2 < x(x-3)$ и решења приказати на бројевној прави .(778)
37. Дужине страница основе квадра су 6cm и 8 cm, а дијагонала квадра заклапа са основом квад угао од 45° . Одредити површину и запремину квадра.(779)
38. Дат је круг $k(O, r=3\text{cm})$ и тачка М изван круга тако да је $OM=7\text{cm}$. Права p која садржи тачку М сече круг у тачкама С и D ($MD > MC$). Ако је $MC=5\text{cm}$, израчунати дужину тетиве CD.(780)
39. Дат је скуп тачака А, В, С, D, Е које припадају правој p и ван праве p (у истој равни) тачке F, G, H. Колико је: а) највише; б) најмање троуглова одређено овим тачкама?(781)
40. Решити једначину: $|||x|+x|+x|+x|+x|=2000$.(862)
41. Нека су α и β две паралелне равни међусобно удаљене 12 cm. У равни α дате су тачке А и С, а у равни β тачке В и D. Одредити угао који права одређена тачкама С и D заклапа са равни α , ако права одређена тачкама А и В заклапа са равни α угао од 30° и ако је $AB+CD=48\text{cm}$.(863)
42. Око круга са центром О описан је четвороугао ABCD. Доказати да су $\angle AOB$ и $\angle COD$ суплементни.(864)
43. Кроз теме А паралелограма ABCD конструисана је права p која дијагоналу BD сече у тачки Е, праву DC у тачки К и страницу BC у тачки F. Доказати да је $AE^2 = EF \cdot EK$.(865)
44. Решити једначину $x+|x-1|=2-|x|$, а затим израчунати производ квадрата разлике и збира квадрата њених решења.(970)
45. За које вредности променљиве x , израз $\frac{\frac{2}{3} - 3x}{-x + \frac{1}{2}}$ има вредност већу од 1?(971)