Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

10.03.2007.

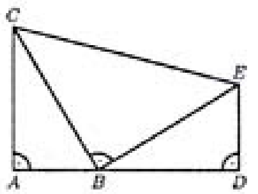
6. РАЗРЕД

1. Одредити збир целобројних решења неједначине $|x-1|<6$.

2. Симетрале углова BAC и ABC троугла ABC секу се под углом од $124°$. Одредити меру угла ACB.

3. Аца, Бора и Веса су имали неколико кликера у кеси. Аца је пришао и додао онолико кликера колико је било у кеси и још 1 кликер. Затим је Бора пришао и додао два пута онолико кликера колико је у том тренутку било у кеси и још 3 кликера. Последњи је пришао Веса и додао три пута онолико кликера колико је у том тренутку било у кеси и још 5 кликера. Ако је на крају у кеси било 149 кликера, колико кликера је било у кеси на почетку?

4. На дужи AD дата је тачка B, таква да су троуглови ABC и DEB правоугли, а троугао CBE једнакокрако правоугли, као на слици. Доказати да су троуглови ABC и DEB подударни.



5. У једној школи има 800 ученика. Доказати да бар три ученика имају рођендан истог датума.

6. РАЗРЕД

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА:

1. Дата неједначина је еквивалентна са $-6 < x - 1 < 6$ (8 бодова), односно са $-5 < x < 7$ (4 бода). Према томе, целобројна решења неједначине су -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6 (4 бода), а њихов збир је 11 (4 бода).

2. (МЛ 2, год. 2006/7, стр. 32, зад. 2480) Из чињенице да се симетрале углова BAC и ABC секу под углом од $124°$ следи да је $\frac{1}{2} \cdot \measuredangle BAC + \frac{1}{2} \cdot \measuredangle ABC + 124° = 180°$. (10 бодова) Одатле добијамо да је $\measuredangle BAC + \measuredangle ABC = 112°$ (5 бодова), па је $\measuredangle ACB = 68°$ (5 бодова).

3. Нека је на почетку у кеси било x кликера. Аца је додао $x + 1$ кликер, што значи да је након тога у кеси било $2x + 1$ кликера. (5 бодова) Затим је Веса додао $2(2x + 1) + 3$ кликера, тј. $4x + 5$ кликера, што значи да је након тога у кеси било $6x + 6$ кликера. (5 бодова) Последњи је пришао Веса и додао $3(6x + 6) + 5$ кликера, односно $18x + 23$ кликера. Према томе, на крају је у кеси било $24x + 29$ кликера. (5 бодова) Како је $24x + 29 = 149$, то је $x = 5$. (5 бодова)

4. Троугао CBE је једнакокрако правоугли, па је $BC = EB$. (5 бодова) Нека је $\measuredangle ABC = \alpha$. Тада је $\measuredangle BCA = 90° - \alpha$. Како је $\measuredangle ABC + 90° + \measuredangle EBD = 180°$, то је $\measuredangle EBD = 90° - \measuredangle ABC$, тј. $\measuredangle EBD = 90° - \alpha$. Одатле добијамо да је $\measuredangle DEB = \alpha$. На основу свега овога следи да је $\measuredangle ABC = \measuredangle DEB$ (5 бодова) и $\measuredangle BCA = \measuredangle EBD$ (5 бодова). На основу другог става подударности (УСУ) следи да је $\triangle ABC \cong \triangle DEB$. (5 бодова)

5. (МЛ 1, год. 2004/5, стр. 37, зад. 1927) Распоредимо ученике у 366 група, при чему истој групи припадају они ученици који славе рођендан истог датума. Како је $800 = 366 \cdot 2 + 68$, бар једна група садржи бар 3 ученика. Они имају рођендан истог датума. (20 бодова)