Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011 - III РАЗРЕД

1. Нацртај 4 праве *a, b, c* и *d,* ако знаш да је права *a* нормална на праву *b*, права *c* нормалана на *b*, а *d* паралелна са *a*. Затим попуни табелу стављајући знак ⊥ (ако су праве нормалне) или ∥ (ако су праве паралелне):

	a	*b*	*c*	*d*
a				
b				
c				
d				

2. Вера је рођена деведесетог дана 2009. године. Колико дана је стара Вера данас (5. марта 2011. године)?

3. Израчунај збир и разлику највећег и најмањег троцифреног броја од којих сваки има збир цифара 8.

4. У квадрате упиши бројеве 2, 5, 7, 13, 16 и 21 тако да између свака два броја важи неједнакост одређена знаком који стоји између њих.

$$\square < \square < \square < \square > \square > \square$$

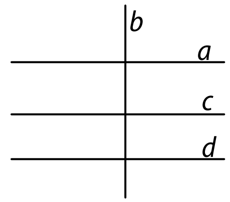
5. У земљи Ненадији постоји метални новац од 1 јоцка, 2 јоцка, 5 јоцка, 10 јоцка и 15 јоцка. Харалампије има 7 новчића у џепу. Ако има највише 2 метална новчића од исте врсте, колико највише, а колико најмање јоцка може имати Харалампије?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗЕД

1. (**XLV, ML2**) За тачно нацртану слику **10 бодова**. За тачно попуњену табелу **10 бодова**. За свако нетачно попуњено поље у табели одузети **1 бод**.

	a	***b***	***c***	***d***
a		⊥	∥	∥
b	⊥		⊥	⊥
c	∥	⊥		∥
d	∥	⊥	∥	



2. Како је 31 + 28 + 31 = 90 то значи да је Вера рођена 31. марта 2009. године (**5 бодова**). Дакле, Вера има 1 годину 11 месеци и 5 дана или 365 + 365 – 31 + 5 = 704 дана (**15 бодова**). Признавати било који тачан одговор.

3. (**XLIV, ML2**) Највећи такав број је 800 (**5 бодова**), а најмањи 107 (**5 бодова**), па је тражена разлика 693 (**5 бодова**), а тражени збир 907(**5 бодова**).

4. Задатак има више решења. За свако важи

$$\square < \square < \square < \boxed{21} > \square > \square.$$

Једно решење је 2 < 5 < 7 < 21 > 16 > 13 (**20 бодова**).

5. Харалампије највише може имати 2 · 15 + 2 · 10 + 2 · 5 + 2 = 62 јоцка (**10 бодова**), а најмање 2 · 1 + 2 · 2 + 2 · 5 + 10 = 26 јоцка (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011 - IV РАЗРЕД

1. Правоугаоник страница 44cm и 16cm издељен је на квадрате обима 16cm. Колико има таквих квадрата?

2. Колико има четвороцифрених бројева са збиром цифара 4, којима је збир прве две цифре једнак збиру последње две цифре?

3. Три друга Боба, Јова и Мома скупљају сличице фудбалера. Боба има три пута више сличица од Јове, а Јова два пута више сличица од Моме. Колико сличица има сваки од њих ако Боба и Мома заједно имају 210 сличица?

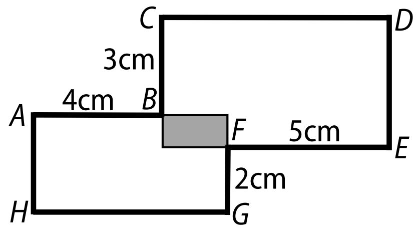
4. Доврши попуњавање табеле одговарајућим чиниоцима и производима.

·			
	25	55	
		66	42
			63

5. Два правоугаоника имају заједнички осенчени део (види слику). Тај део је облика правоугаоника чији је обим 6cm. Ако је

$AB = 4cm$, $BC = 3cm$,
$EF = 5cm$, $FG = 2cm$,

одреди дужину затворене изломљене линије $ABCDEFGHA$.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД

1. (**XLIII, ML2**) Страница квадрата је 4cm (**5 бодова**). Правоугаоник је подељен на $11 \cdot 4 = 44$ квадрата (**15 бодова**).
Напомена: Ако је ученик задатак радио преко површина квадрата и правоугаоникам, а није тачно одредио број квадрата, за сваку тачно израчунату површину дати по **5 бодова**.

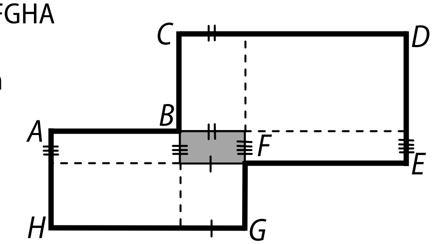
2. Збир прве две цифре је 2 (као и друге две) (**5 бодова**) и таквих бројева има 6: 2020, 2011, 2002, 1120, 1111, 1102 (**15 бодова**). За свако ненаведено решење одузети **2 бода**.
Напомена: Максималним бројем бодова бодовати ако ученик не наведе збир цифара, а наведе све бројеве.

3. (**XLV, ML2**) Ако Мома има M сличица, Јова има 2M сличица (**3 бода**), а Боба 3J односно 6M (**3 бода**). Дакле, 6M + M = 210 (**5 бодова**), одакле закључујемо да Мома има 30 сличица (**3 бода**), Јова 60 сличица (**3 бода**), а Боба 180 сличица (**3 бода**).

4. (**XLIII, ML4**) За свако тачно уписано решење дати по 2 бода.

·	**5**	**11**	**7**
5	25	55	**35**
6	**30**	66	42
9	**45**	**99**	63

5. Дужина изломљене линије ABCDEFGHA је:
$2 \cdot (AB + FG + FE + BC) + 6cm = 34cm$
(**20 бодова**).



Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011.

V РАЗРЕД

1. Одреди збир свих разломака који су једнаки са $\frac{1}{2}$ таквих да им је именилац већи од 2, а бројилац мањи од 100.

2. Две праве се секу. Израчунај добијене углове ако се зна да је:
а) збир два од четири тако добијена угла 73°;
б) разлика два од четири тако добијена угла 73°;
в) збир три од четири тако добијена угла 273°.

3. У једнакости $a + b = c + d = e + f$ слова означавају различите просте бројеве мање од 30. Одреди бар једно решење за слова a, b, c, d, e и f.

4. Ивица коцке је a. Када се ивица те коцке повећа за 2cm, површина тако добијене коцке је за 96cm^2 већа од првобитне. Израчунај површину првобитне коцке.

5. Које године је рођена особа која 2011. године пуни онолико година колики је збир цифара године њеног рођења?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

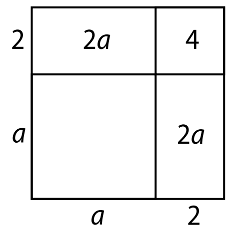
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗЕД

1. $\frac{2}{4}+\frac{3}{6}+\cdots+\frac{99}{198}=98\cdot\frac{1}{2}=49$ (**20 бодова**).
Напомена: За тачно наведен почетни збир дати 10 бодова.

2. (**XLV, ML2**) а) $\alpha = 36° 30'$, $\beta = 143° 30'$ (**6 бодова**);
б) $\alpha = 53° 30'$, $\beta = 126° 30'$ (**7 бодова**); в) $\alpha = 87°$, $\beta = 93°$ (**7 бодова**).

3. Прости бројеви мањи од 30 су: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 (**5 бодова**).
Једно решење је 13 + 17 = 11 + 19 = 7 + 23 (**15 бодова**).
Напомена: Ако је одређено решење без навођења простих бројева дати максималан број бодова.

4. Како коцка има 6 страна то се површина сваке стране повећа за 96 : 6 = 16cm^2 (**5 бодова**). Повећањем ивице коцке за 2cm, површина једне стране коцке се повећа за површину два прваоугаоника страница 2cm и a, и један квадрат површине 4cm^2 (види слику). Према томе , важи $2a + 2a + 4 = 16$, односно a = 3cm (**10 бодова**). Дакле, тражена површина је P = 6 · a^2 = 54cm^2 (**5 бодова**).



5. (**XLV, ML3**) Означимо годину када је особа рођена са $\overline{abcd}$. Тада је:

$$2011=\overline{abcd}+a+b+c+d$$
$$2011=1000a+100b+10c+d+a+b+c+d$$
$$2011=1001a+101b+11c+2d$$

Једино је могуће a = 1. Тада имамо $101b + 11c + 2d = 1010$. Једина могућност за b је 9. Тада је $11c + 2d = 101$. Једина могућност за c је 9, па је онда $d = 1$. Дакле, особа је рођена 1991. године (**20 бодова**).
Напомена: Признавати свако тачно решење до кога је ученик дошао пробањем.

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011.

VI РАЗРЕД

1. Ако је $x = -12 + 4$, $y = -12 : 4$, $z = -12 \cdot 4$, израчунај:

а) $(x + y) \cdot (x - z)$, б) $\dfrac{z - x}{x - y}$, в) $\dfrac{x \cdot y + z}{z : x}$.

2. Странице правоуглог троугла су 6cm, 10cm и 8cm. Израчунај растојање тежишта тог троугла од средишта хипотенузе.

3. Одреди целе бројеве a, b и прост број p такве да је $|a \cdot b| \cdot p = 4022$.

4. Разлика највећег и најмањег угла једнакокраког троугла је 8°. Одреди углове тог троугла.

5. Одреди:
а) највећи, б) најмањи
природан број чији је производ цифара 7560, а у запису броја се не појављује цифра 1.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗЕД

1. (**XLV, ML2**) $x = -8$, $y = -3$, $z = -48$ (**5 бодова**).
а) -440 (**5 бодова**); б) 8 (**5 бодова**); в) -4 (**5 бодова**).

2. (**XLIII, ML2**) Хипотенуза је дужине 10cm па је њој одговарајућа тежишна дуж дужине 5cm (**10 бодова**). Тражено растојање је трећина тежишне дужи, тј. $\frac{5}{3}$cm (**10 бодова**).

3. Ако је $p = 2$, тада је могуће наћи 8 решења (четири за $a \in \{2011, -2011\}$ и $b \in \{1, -1\}$ и четири за $a \in \{1, -1\}$ и $b \in \{2011, -2011\}$) (**10 бодова**).
Ако је $p = 2011$, тада је могуће наћи још 8 решења (четири за $a \in \{1, -1\}$ и $b \in \{2, -2\}$ и четири за $a \in \{2, -2\}$ и $b \in \{1, -1\}$) (**10 бодова**).
За свако изостављено решење одузети по **1 бод**.

4. Ако је највећи угао при врху једнакокраког троугла, онда су углови на основици по $(180° - 8°) : 3 = 57° 20'$, а угао при врху $65° 20'$ (**10 бодова**).
Ако су углови на основици већи од угла при врху, онда тај угао има $(180° - 16°) : 3 = 54° 40'$, а углови на основици по $62°40'$ (**10 бодова**).

5. Како је $7560 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ (**5 бодова**) то је
а) највећи број са траженим особинама 75333222 (**5 бодова**);
б) најмањи број са траженим особинама 35789 (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011.

VII РАЗРЕД

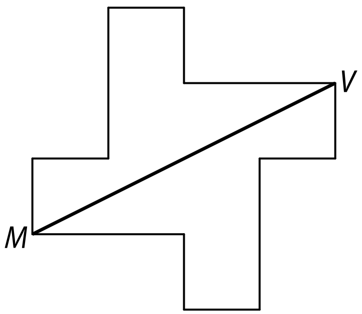
1. Израчунај: а) $\left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot \left(3^5\right)^2$;   б) $\frac{4^4 \cdot 125^3}{(-50)^4}$.

2. У трапезу $ABCD$ дијагонала AC дели средњу линију трапеза на одсечке од 2cm и 5cm. Ако је висина трапеза 3cm, одреди однос површина троугла ABC и троугла ACD.

3. Реши једначину $\left|\left(\sqrt{x-2}\right)^2 + 1\right| = 7$.

4. Одреди све двоцифрене бројеве такве да је збир тога броја и броја који је написан истим цифрама обрнутим редом квадрат неког броја.

5. Фигура на слици састављена је од 4 подударна правоугаоника чија је једна страница два пута већа од друге (види слику). Ако је површина фигуре 200cm^2 израчунај дужину дужи MV.

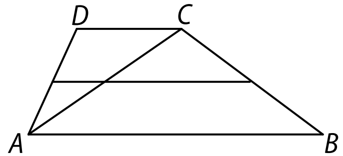


Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗЕД

1. (**XLV, ML2**) а) 9 (**10 бодова**);   б) 80 (**10 бодова**).

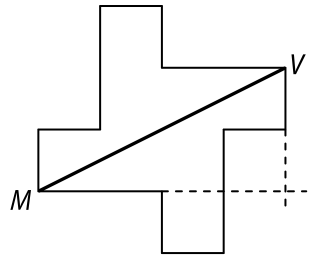
2. (**XLIII, ML1**) Одсечци средње линије трапеза су средње линије троугла ACD и ABC (**10 бодова**). Према томе $DC = 2 \cdot 2 =$ 4cm, $AB = 2 \cdot 5$cm $= 10$cm, па је $\frac{P_{ACD}}{P_{ABC}} = \frac{2}{5}$ (**10 бодова**).



3. $x - 2 \geq 0$, тј. $x \geq 2$ (**5 бодова**). $\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = x - 2$, па првобитна једначина има облик $|x - 1| = 7$ (**5 бодова**). Како је $x - 1 > 0$ (**5 бодова**), јер је $x \geq 2$, то је $x - 1 = 7$, односно $x = 8$ (**5 бодова**).

4. Тражени двоцифрени бројеви су облика $\overline{ab}$. Из $\overline{ab} + \overline{ba} = c^2$ добијамо $11(a + b) = c^2$ (**5 бодова**). Како је $2 \leq a + b \leq 18$, то је $a + b = 11$ (**5 бодова**). Тражени бројеви су 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 и 92 (**10 бодова**).

5. Површина једног правоугаоника је 50cm^2, а његове димензије су 5cm и 10cm (**10 бодова**). Одатле је $MV^2 = 20^2 + 10^2$, $MV = 10\sqrt{5}$cm (**10 бодова**).



Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 05.03.2011 - VIII РАЗРЕД

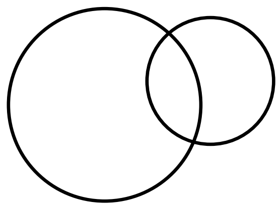
1. Одреди све рационалне бројеве x тако да је

$$\left|x+\left|x+|x|\right|\right|=2010.$$

2. Дијагонала правилне четворостране призме је $16\sqrt{3}$cm. Израчунај површину и запремину призме ако је дијагонала призме нагнута према равни основе под углом од 30°.

3. Потребно је направити железничку композицију од 4 путничка и 2 теретна вагона. На колико се начина може направити композиција ако се зна да теретни вагони не смеју бити један поред другог, при чему се не прави разлика између вагона исте врсте. Запиши све распореде вагона у композицији.

4. Два круга (види слику) се секу тако да је $\frac{6}{7}$ већег круга ван пресека, а $\frac{3}{4}$ мањег круга ван пресека. Ако је полупречник већег круга 7cm израчунај површину мањег круга.



5. За све могуће бројеве *a*, *b* и *c*, различите од нуле, одреди све вредности које може имати *S* ако је

$$S=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}.$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗЕД

1. (**XLV, ML2**) Ако је $x \geq 0$: $x = 670$ (**10 бодова**). Ако је $x < 0$: $x = -2010$ (**10 бодова**).

2. (**XLV, ML2**) $H=8\sqrt{3}$cm (**5 бодова**), $a=12\sqrt{2}$cm (**5 бодова**), $P=(288+384\sqrt{6})\text{cm}^2$ (**5 бодова**), $V=2304\sqrt{3}\text{cm}^3$ (**5 бодова**).

3. Могући распореди теретних (Т) и путничких (П) вагона су:
ТПТППП, ТППТПП, ТПППТП, ТППППТ, ПТПТПП, ПТППТП, ПТПППТ, ППТПТП, ППТППТ, ПППТПТ (**20 бодова**).
Напомена: Одузимати по **2 бода** за сваки ненаведени распоред.

4. Нека је полупречник мањег круга *r*. Тада је $\frac{1}{7}\cdot 7^2\pi\text{cm}^2=\frac{1}{4}r^2\pi\text{cm}^2$ (**10 бодова**), па је површина мањег круга $28\pi\text{cm}^2$ (**10 бодова**).

5. За $x \neq 0$ важи $\frac{x}{|x|}=\pm 1$ (**4 бода**). Ако су *a*, *b* и *c* истог знака, тада је и *abc* тог знака (**4 бода**). У том случају *S* може бити 4 или −4 (**4 бода**). Ако *a*, *b* и *c* нису истог знака, тада су *a*, *b*, *c* и *abc* увек два позитивна и два негативна (**4 бода**) па је $S = 0$ (**4 бода**).
Напомена: Ако ученик само наведе вредности за S, без дискусије, дати **5 бодова**.

.

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.