

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
15.03.2008. — III РАЗРЕД

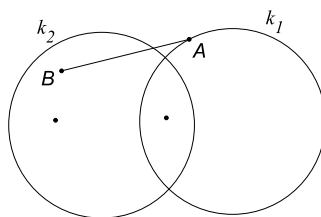
1. Израчунај:

а) $52 - 10 + 12$, б) $7 \cdot 8 + 124$, в) $12 + 8 \cdot 5$, г) $20 - 8 : 4$.

2. Ана је требала да помножи неки број са 7. Уместо да помножи са 7, она је тај број сабрала са 7 и добила резултат 20. Који резултат би Ана добила да није погрешила?

3. Коста, Јова и Влада су засадили крушку, јабуку и вишњу. Сваки је засадио по једно дрво чији назив не почиње истим словом као његово име. Ко је засадио које дрво, ако се зна да Влада није засадио крушку?

4. Сликаом су приказана два круга K_1 и K_2 и њима одговарајуће кружне линије (кружнице) k_1 и k_2 и дуж AB тако да је тачка A на кружној линији k_1 и ван круга K_2 , а тачка B у кругу K_2 и ван круга K_1 .

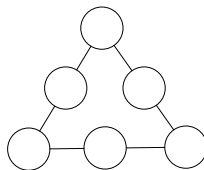


а) Нацртај ову слику на папиру који ћеш предати.

б) Обележи три назначене тачке словима C , D и E , тако да:

- C припада кружној линији k_1 и не припада кругу K_2 .
- D припада кругу K_2 и не припада кругу K_1 .
- E припада и кругу K_1 и припада кругу K_2 .

5. Упиши бројеве 14, 15, 16, 17, 18 и 19 у кругове, али тако да збирови на свакој од страница замишљеног троугла буду међусобно једнаки.



Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

III РАЗРЕД

1. а) $52 - 10 + 12 = 54$ (**5 бодова**), б) $12 + 8 \cdot 5 = 52$ (**5 бодова**),
 в) $7 \cdot 8 + 124 = 180$ (**5 бодова**), г) $20 - 8 : 4 = 18$ (**5 бодова**).

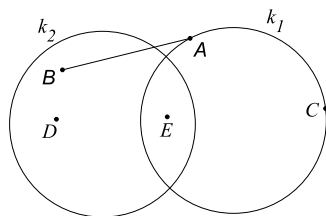
2. Како је $* + 7 = 20$, то је непознати број 13 (**10 бодова**). Резултат који је Ана требала да добије је $13 \cdot 7 = 91$ (**10 бодова**).

3.

	Крушка	Јабука	Вишња
Коста	-	-	+
Јова	+	-	-
Влада	-	+	-

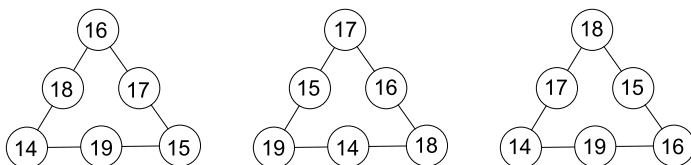
Крушку је могао да засади или Влада или Јова. Како то није урадио Влада, онда је крушку засадио Јова (**5 бодова**). Ако Влада није засадио крушку, а вишњу није могао по претпоставци онда је засадио јабуку (**5 бодова**). Дакле, вишњу је засадио Коста (**5 бодова**). Ако је ученик извео сва три закључка задатка добија и преосталих (**5 бодова**).

4.



- а) **5 бодова**
 б) За сваку тачно обележену тачку по **5 бодова**

5.



Има више решења, а три карактеристична су наведена. Ако је ученик написао ма које тачно решење добија (**20 бодова**).

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

IV РАЗРЕД

1. Између неких цифара у низу

1 2 3 4 5 6 7 8 9

уметни знаке основних рачунских операција тако да бројевна вредност добијеног израза буде 2 008.

2. Дато је 6 картона облика правоугаоника дужине 3cm и ширине 2cm . Користећи све дате картоне састави један правоугаоник који има:
а) највећи могући обим, б) најмањи могући обим.

3. Једна девојчица ће у 2 008. години напунити онолико година колики је збир цифара њене године рођења. Које године 21. века је рођена та девојчица?

4. У једној игри са друговима, Марко је купио 100 бомбона по цени 5 бомбона за 2 динара, а затим их све продао по цени 2 бомбоне за 1 динар. Колико динара је Марко зарадио у игри?

5. У три корпе има 12, 14 и 22 јабуке. Дозвољено је јабуке пребацивати из једне у другу корпу али само тако да из једне корпе пребациш у другу тачно онолико јабука колико у другој већ има. Покажи како са три пребацивања можеш да постигнеш то да у свакој корпи буде једнак број јабука.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

IV РАЗРЕД

1. $1 + 2 + 345 \cdot 6 - 7 \cdot 8 - 9 = 2\ 008$ (20 бодова).

2. а)

--	--	--	--	--	--

$O = 2 \cdot 2 + 12 \cdot 3 = 40\text{cm}$ (10 бодова).

б)

$O = 6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 24\text{cm}$ (10 бодова).

3.

година рођења	2 001	2 002	2 003	2 004	2 005	2 006	2 007
збир цифара год. рођења	3	4	5	6	7	8	9
год. девојчице 2008.	7	6	5	4	3	2	1

Девојчица је рођена 2 003. године (20 бодова). Признати за тачно решење и ако је нађено пробањем.

4. Марко је 100 бомбона купио за $(100 : 5) \cdot 2 = 40$ динара (7 бодова), а за њих је добио $(100 : 2) \cdot 1 = 50$ динара (7 бодова). Дакле, Марко је зарадио 10 динара (6 бодова),

5. Како у три корпе има укупно $12 + 14 + 22 = 48$ јабука (5 бодова), то значи да ће у свакој корпи после тражена 3 пребацивања бити по 16 јабука (5 бодова). За показана 3 пребацивања ученик добија 10 бодова.

I корпа	II корпа	III корпа	Начин пребацивања
12	14	22	Почетне количине
12	28	8	Из III у II
24	16	8	Из II у I
16	16	16	Из I у III

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

V РАЗРЕД

1. Којом цифром се завршава производ $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ (девет деветки)?

2. На правој су дате тачке A, B, C и D , тим редом. Тачке M и N су средишта дужи AB и BC . Израчунај дужину дужи CD ако је $AD = 32\text{cm}$, а дужина дужи $MN = 1,5\text{dm}$.

3. Два пужа A и B се "тркају" на стази дугачкој 1m . Пуж A прелази 2dm за 2 минута, а после свака 2 минута ходања, мора 1,5 минута да се одмара. Пуж B прелази 2dm за 3 минута, а одмара се 0,5 минута после сваких пређених 2dm . Који пуж ће први стићи на циљ?

4. У једној улици куће су нумерисане тако да су са једне стране куће са парним бројевима, а са друге стране са непарним. Са непарне стране бројеви иду од 1 до 169, а са парне од 2 до 114. Колико је цифара (знакова) употребљено за нумерацију свих кућа у тој улици?

5. Углови α и β су суплементни, а $\frac{2}{5}\alpha$ и β комплементни. Израчунај разлику углова α и β .

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

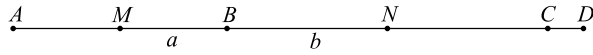
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

V РАЗРЕД

1. Број $9 \cdot 9 = 81$ завршава се цифром 1 (**2 бода**). Број $9 \cdot 9 \cdot 9$ завршава се цифром 9 (**2 бода**), а број $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ цифром 1 (**2 бода**), итд. Дакле, сви производи са непарним бројем деветки завршавају се цифром 9, а са парним бројем деветки цифром 1 (**10 бодова**). То значи да се тражени производ завршава цифром 9 (**4 бода**).

2.



Означимо $MB = a$ и $BN = b$. Сада је $MN = a + b = 1,5dm = 15cm$. Како је $AB = 2a$ (**2 бода**) и $BC = 2b$ (**2 бода**), то је $AC = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b) = 30cm$ (**10 бодова**). Дакле, $CD = AD - AC = 2cm$ (**6 бодова**).

3. Пуж А прелази дужину од $1m$ за 10 минута (**3 бода**) и притом се одмара $4 \cdot 1,5 = 6$ минута (**4 бода**). Дакле пуж А ће на циљ стићи за 16 минута (**2 бода**). Пуж В прелази дужину од $1m$ за $5 \cdot 3 = 15$ минута (**3 бода**) и притом се одмара $4 \cdot 0,5 = 2$ минута (**4 бода**). Дакле, пуж В ће стићи на циљ за 17 минута (**2 бода**). Пуж А стиже први на циљ (**2 бода**).

4. Са непарне стране је употребљено $5 \cdot 1 + 45 \cdot 2 + 35 \cdot 3 = 5 + 90 + 105 = 200$ цифара (**8 бодова**), а са парне стране $4 \cdot 1 + 45 \cdot 2 + 8 \cdot 3 = 4 + 90 + 24 = 118$ цифара (**8 бодова**). Дакле за нумерацију свих кућа у тој улици, употребљено је 318 цифара (**4 бодова**).

5. Из $\alpha + \beta = 180^\circ$ (**2 бода**) и $\frac{2}{5}\alpha + \beta = 90^\circ$ (**2 бода**), одмах видимо да је $\frac{3}{5}\alpha = 90^\circ$ (**6 бодова**), тј. $\alpha = 150^\circ$ (**3 бода**) и $\beta = 30^\circ$ (**3 бода**). Сада је $\alpha - \beta = 120^\circ$ (**4 бода**).

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

VI РАЗРЕД

1. Ако је

$$x = (-5) - (-3) + 5 + (-5) \text{ и } y = -5 - x$$

израчунај колико је $|x - 1| - |y - 2|$.

2. Милован је требало да подели неки број са 9. Уместо да подели са 9 он је од тог броја одузео 9 и добио резултат -603 . Који резултат би Милован добио да није погрешно?

3. У троуглу ABC угао $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ABC = 20^\circ$ и $AB - BC = 10\text{cm}$. Ако симетрала угла $\angle ACB$ сече праву AB у тачки M , одреди дужину CM .

4. За углове троугла ABC важи: $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 2 \cdot \angle CAB$. Катета BC је 8cm . Тачка M је средиште хипотенузе AB , тачка N је средиште катете AC и тачка P средиште дужи AM . Израчунај дужину изломљене линије $BCMNPA$.

5. За природне бројеве a , b и c важи да су већи од 1 и да је бар један од њих паран. Ако је $a + 1 = 2b + 2 = 3c + 3$, наћи најмању вредност производа $a \cdot b \cdot c$.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

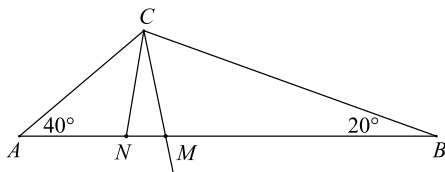
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VI РАЗРЕД

1. $x = -2$ (5 бодова) и $y = -3$ (5 бодова). Сада је $|x-1| - |y-2| = -2$ (10 бодова).

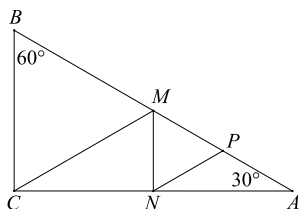
2. Ако тај број означимо са x онда је $x-9 = -603$ (5 бодова), односно $x = -594$ (5 бодова). Милован би добио $-594 : 9 = -66$ (10 бодова).

3.



Нека је $N \in AB$ и $BN = BC$. $\triangle BCN$ је једнакокраки, па је $\angle BNC = 80^\circ$ (4 бода). CM је симетрала $\angle ACB$, па је $\angle ACM = 60^\circ$ (2 бода), а одатле је $\angle AMC = 80^\circ$ (2 бода). Дакле, $\triangle NCM$ је једнакокраки и $NC = CM$ (5 бодова). Угао BNC је спољашњи угао $\triangle ANC$, одакле је $\angle ACN = \angle BNC - \angle CAN = 40^\circ$. Дакле, $\triangle ANC$ је једнакокраки па је $AN = NC$ (5 бодова). Значи $CM = CN = AN = AB - BN = AB - BC = 10\text{cm}$ (2 бода).

4.



Одмах закључујемо да је $\angle ABC = 60^\circ$ и $\angle CAB = 30^\circ$ (4 бода). Како је $AB = 16\text{cm}$ то је $BM = MA = 8\text{cm}$ (4 бода). Даље је $MN = 4\text{cm}$ (4 бода) као средња линија троугла и слично $PA = NP = 4\text{cm}$ (4 бода). Дакле, $BCMNPA = 8 + 8 + 4 + 4 + 4 = 28\text{cm}$ (4 бода).

5. Како је $2b+2$ паран број, то следи да су a и c непарни. То значи да је b паран број (5 бодова). Како је $a+1 = 2b+2 = 3c+3$, то је $a > b > c$ (5 бодова). За најмању вредност производа треба изабрати да су a , b и c што мањи природни бројеви. Нека је $c = 3$, тада је $a = 11$ и $b = 5$. Како је b паран број, то не задовољава постављене услове. Нека је $c = 5$, тада је $a = 17$ и $b = 8$, па је најмањи производ

$$a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 8 \cdot 17 = 680 \text{ (10 бодова)}.$$

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

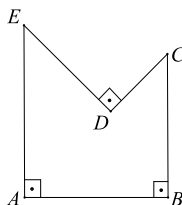
15.03.2008.

VII РАЗРЕД

1. Ако је $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$, израчунај:

$$(x - y)^3 - (x - y^3) + (-x \cdot y^3) - (-x \cdot y)^3.$$

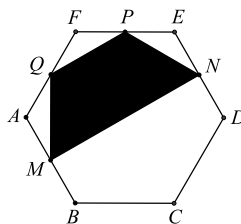
2. Наћи обим многоугла на слици ако је $AE = 13\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $ED = 8\text{cm}$ и $CD = 6\text{cm}$ и ако је $\angle EAB = \angle ABC = \angle CDE = 90^\circ$.



3. Ако је $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$, израчунај вредност израза

$$\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}.$$

4. Одреди однос површина правилног шестоугла $ABCDEF$ и четвороугла $MNPQ$ на слици ако су M , N , P , Q средишта страница AB , DE , EF , FA .



5. Наћи просте троцифрене бројеве чији је производ цифара 252.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

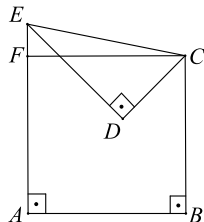
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

VII РАЗРЕД

1. $\frac{27}{64}$ (20 бодова).

2.



Како је $EC = 10\text{cm}$ (5 бодова) и ако на AE означимо F тако да је $AF = BC$ то је $ABCF$ правоугаоник, а CEF правоугли троугао (5 бодова). Одавде закључујемо да је $AB = CF = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$ (5 бодова). Дакле, $O_{ABCDE} = 8 + 7 + 6 + 8 + 13 = 42\text{cm}$ (5 бодова).

3. Из $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$ следи да је $x - y = 3$ (8 бодова). Сада је $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \sqrt{3}$ (12 бодова).

4. Означимо страну шестоугла $ABCDEF$ са a . Површина четвороугла $MNPQ$ једнака је половини површине правилног шестоугла чија су темена средишта страница шестоугла $ABCDEF$. Означимо страну тог шестоугла са b . Тада је $b = QP = \frac{1}{2}AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (5 бодова) (AE - краћа дијагонала правилног шестоугла). Дакле, тражени однос је

$$P_{ABCDEF} : P_{MNPQ} = \underbrace{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}}_5 : \underbrace{\frac{3b^2\sqrt{3}}{4}}_5 = a^2 : \frac{3a^2}{8} = 8 : 3 \text{ (5 бодова).}$$

бодова бодова

5. Како је $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ (5 бодова), видимо да цифре тог троцифреног броја могу бити 4, 9 и 7 или 6, 6 и 7 (5 бодова). Како су сви троцифрени прости бројеви непарни, то су решења неки од бројева 479, 497, 749, 947 или 667 (5 бодова). Како $7 \mid 497$, $7 \mid 749$ и $23 \mid 667$ то су тражени прости бројеви 479 и 947 (5 бодова).

Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

VIII РАЗРЕД

1. Колико има целих бројева x за које важи $\frac{1}{4} < \frac{2-x}{7} < \frac{11}{12}$?
2. Однос површина страна датог квадрата је $2 : 3 : 5$. Израчунај однос дужина ивица тог квадрата.
3. Одреди x ако је $x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.
4. Краци трапеца припадају правама које су међусобно нормалне. Докажи да је збир квадрата дужина дијагонала тога трапеца једнак збиру квадрата дужина основица.
5. Дат је скуп $S = \{8, 5, 1, 13, 3, 21, 2\}$. Милена за сваки двочлани подскуп скупа S на табли записује већи број. Одреди збир бројева које је Милена написала на табли.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VIII РАЗРЕД

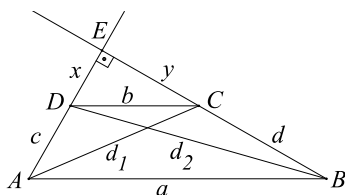
1. $\frac{1}{4} < \frac{2-x}{7} < \frac{11}{12}$; $\frac{21}{84} < \frac{12(2-x)}{84} < \frac{77}{84}$ (5 бодова)

$21 < 12(2-x) < 77$ (5 бодова). Како $x \in \mathbb{Z}$, то и $2-x \in \mathbb{Z}$, па је $2-x \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$, тј. $x \in \{0, -1, -2, -3, -4\}$. Дакле, 5 целих бројева задовољава услове задатка (10 бодова).

2. Нека је $ab : bc : ca = 2 : 3 : 5$, тј. $\frac{ab}{2} = \frac{bc}{3} = \frac{ca}{5}$ (5 бодова). Сада је $\frac{a}{2} = \frac{c}{3}$ и $\frac{b}{3} = \frac{a}{5}$ (5 бодова), односно $\frac{a}{10} = \frac{c}{15}$ и $\frac{a}{10} = \frac{b}{6}$ (5 бодова). Коначно $\frac{a}{10} = \frac{b}{6} = \frac{c}{15}$, односно $a : b : c = 10 : 6 : 15$.

3. Полазна једначина се може записати у облику $x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2}$ (10 бодова), тј. $x^2 + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$, одакле је $x^2 = 1$ (5 бодова), тј. $x = 1$ или $x = -1$ (5 бодова).

4.



Нека су дате ознаке као на слици. Тада је

$$a^2 = (c+x)^2 + (d+y)^2 \text{ и } b^2 = x^2 + y^2, \text{ тј.}$$

$$a^2 + b^2 = (c+x)^2 + (d+y)^2 + x^2 + y^2 \text{ (10 бодова).}$$

Слично је и

$$d_1^2 = (c+x)^2 + y^2 \text{ и } d_2^2 = x^2 + (d+y)^2, \text{ тј.}$$

$$d_1^2 + d_2^2 = (c+x)^2 + (d+y)^2 + x^2 + y^2 \text{ (10 бодова),}$$

одакле долазимо до тврђења задатка.

5. Милена ће за подкупове $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, ... редом записивати на табли 2, 3, 5, ... (5 бодова). Како је $S = \{8, 5, 1, 13, 3, 21, 2\}$ сваки број ће се налазити на табли онолико пута колико има елемената пре њега (ако их посматрамо у растућем поретку), тј:

$$1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 13 \cdot 5 + 21 \cdot 6 = 246 \text{ (15 бодова).}$$