

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ
07.03.2009. године

III разред

1. а) У назначена поља $13 \square + 62 \square = 753$ упиши цифре тако да једнакост буде тачна. Два решења су $130 + 623 = 753$ и $133 + 620 = 753$. Нађи још два решења.
б) У назначена поља $4 \square 2 - 3 \square 9 = 163$ упиши одговарајуће цифре тако да добијеш тачну једнакост. Нађи сва решења.

2. Између цифара (на левој страни)

$$\begin{array}{cccccc} & 5 & 5 & 5 & 5 & = 100 \end{array}$$

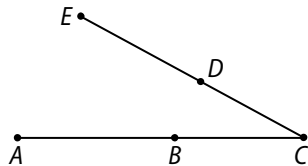
упиши знаке рачунских операција и заграда тако да једнакост буде тачна. Нађи бар два решења.

3. Уместо слова А стави одговарајућу цифру

$$\begin{array}{r} A \\ A A \\ + A A A \\ \hline 8 6 1 \end{array}$$

тако да добијеш тачно сабирање.

4. Колико различитих
а) правих, б) дужи
одређују тачке А, В, С, D и E које имају положај као на слици?



5. Један часовник заостаје (касни) 6 секунди за 5 дана. Које време ће показивати 7. марта ове (2009.) године у подне ако је дотеран да показује тачно време првог јануара у подне?

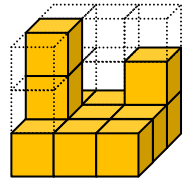
IV разред

1. Израчунај:

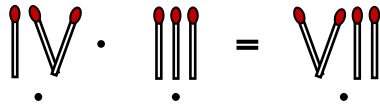
$$209 \cdot 208 - 208 \cdot 207 - 2 \cdot 207.$$

2. Од цифара 1, 2, 3 и 4 можеш да напишеш 24 четвороцифрена броја, а да се свака од тих цифара у сваком од бројева јавља тачно једанпут. Одреди два таква броја чији је збир 7733. Колико има решења?
3. Правоугаоник је са 3 праве подељен на 6 једнаких квадрата. Ако је обим правоугаоника 120cm, колики је обим једног од тих квадрата?

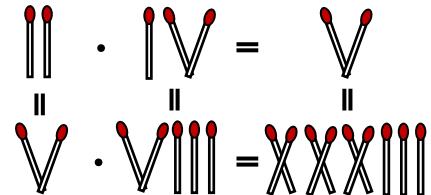
4. Велика коцка је састављена од 27 малих жутих коцки и обојена је споља зеленом бојом. Када се боја осушила Јеротије је раздвојио све мале коцке. Колико ће малих коцки имати



- а) 3 жуте и 3 зелене стране;
 б) 4 жуте и 2 зелене стране;
 в) 5 жутих и 1 зелену страну;
 г) све стране жуте боје?



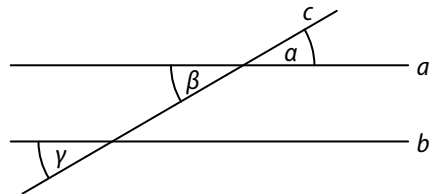
5. У сваком хоризонталном реду (врсти) премести једно палидрвце тако да добијеш шест тачних једнакости:



V разред

1. Колико има парова природних бројева n и $2n+1$ таквих да су оба броја (и n и $2n+1$) проста и мања од 100?
2. Пеца поједе целу пицу за 15 минута, а Пеца и Неца заједно поједу целу пицу за 6 минута. Колико је времена потребно Неци да сам поједе целу пицу?

3. Производ неколико простих бројева је 2009. Израчунај збир тих простих бројева.



4. Права c сече две паралелне праве a и b (види слику десно).

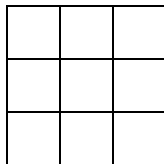
Ако је $a + \beta + \gamma = 2009'$, израчунај a .

5. Деда је 2 пута јачи од бабе, баба је 3 пута јача од унуке, унука је 4 пута јача од Жуће, Жућа је 5 пута јачи од мачке, мачка је 6 пута јача од миша. Деда, баба, унука, Жућа, мачка и миш могу заједно да ишчупају репу, а деда, баба, унука, Жућа и мачка (без миша) не могу. Колико мишева треба позвати да би они сами могли да ишчупају репу?

VI разред

1. Одреди три рационална броја која су мања од $-\frac{5}{12}$ и већа од $-\frac{1}{2}$, а којима су именилац и бројилац узајамно прости бројеви.

- У троуглу ABC ($AB > BC$) кроз тачке A и C конструисане су праве које су нормалне на симетралу угла ABC . Оне секу праве BC и AB , редом, у тачкама K и M . Израчунај дужину странице AB ако је $KC = 5\text{cm}$ и $MB = 8\text{cm}$.
- Колико има природних бројева мањих од 2009 чији је производ цифара 42?
- Дат је троугао чије су дужине странице цели бројеви (у центиметрима). Колики је најмањи, а колики највећи могући обим овог троугла ако је једна страница дужине 2009cm, а друга 2008cm?
- Да ли се у квадрат 3×3 (види слику) могу уписати бројеви из скупа $\{-1, 0, 1\}$ тако да зборови бројева по колонама, врстама и дијагоналама буду различити (свака два)?



VII разред

- Докажи да вредност израза $\frac{(8^5)^{4n}}{(32^{3n})^4}$ не зависи од n .
- Упрости израз $\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} + 2\sqrt{3}$ ако је $x = 2 - \sqrt{3}$.
- У једнакостранични троугао странице 6cm, уписан је круг, а у круг је уписан квадрат. Израчунај површину тог квадрата. Који део површине троугла заузима површина квадрата?
- За четвороугао $ABCD$ је познато да је
 $AB = 4\text{cm}$, $BC = 4\sqrt{2}\text{cm}$, $CD = \sqrt{2}\text{cm}$, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$ и $\sphericalangle BCD = 90^\circ$.
 Израчунај обим и површину тог четвороугла.
- На фудбалској утакмици у једном реду седишта на трибинама сео је познат број гледалаца. Затим је између свака два гледаоца сео још по један гледалац. Овакав начин заузимања места (седишта) поновио се укупно три пута (још 2 пута), па је после тога у том реду било 2009 гледалаца. Колико је гледалаца на почетку село у овај ред?

VIII разред

- Реши једначину

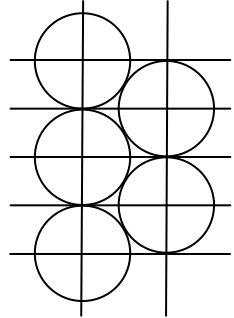
$$|x + |2x + |4x|| = 2009.$$

2. Три рационална броја a , b и c су таква да је један већи од нуле, један једнак нули и један мањи од нуле. Ако за те бројеве важи

$$\frac{a(c-b)}{b} > 0,$$

који од тих бројева је већи, који мањи, а који једнак нули?

3. Колико је растојање (види слику десно) између суседних правих (водоравних односно усправних) ако су пречници свих кругова по 10cm?



4. Докажи да је број $6^{2n+2} - 2^{n+3} \cdot 3^{n+2} + 36$ дељив са 900 за сваки природан број n .

5. Основна ивица правилне шестостране призме повећана је за 200%, а висина је смањена за $p\%$. Ако се запремина те призме повећала за $p\%$, одреди да ли се површина омотача повећала или смањила и за колико процената.